



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۱

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۵/۱۰

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۱ (درس‌های ۳ و ۴) فصل ۴	فصل ۱ (درس ۱ تا ۴)	—
هندسه	فصل ۱	—	فصل ۱ (درس ۱)
گسسته	—	فصل ۱	فصل ۱ (درس ۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر برای هر عدد طبیعی n ، رابطه $a_n = (a_1 - 1)n - 3a_1$ برای الگوی خطی a_n برقرار باشد، جمله دهم این الگو کدام است؟

- ۳۷ (۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۴۳ (۴)

۲- جملات ابتدایی الگوی درجه دوم $4, 12, 24, \dots$ هستند. واسطه حسابی جمله چهارم و پنجم الگو چه عددی است؟

- ۷۲ (۱) ۵۰ (۲) ۵۴ (۳) ۵۸ (۴)

۳- برای دنباله‌های $a_n = an + b$ و $b_n = bn^2 + a$ شرایط $b_7 = a_7$ و $b_8 = a_8$ برقرار است. اگر $b_9 = a_k$ مقدار k کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۴ (۲)

- ۱۷ (۳) ۱۳ (۴)

۴- در یک دنباله حسابی S_n جمع n جمله ابتدایی آن است. اگر $S_{16} = 16S_1$ باشد، جمع چند جمله ابتدایی دنباله صفر است؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲۱ (۴)

۵- اگر دو عدد مثبت a و b ، جواب‌های معادله $x^2 - (a^2 + b - 12)x + 2 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله زیر $\frac{a}{b}$ و ab است؟

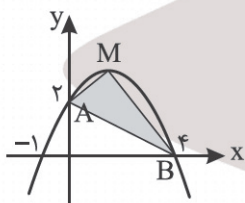
$x^2 - 17x + 16 = 0$ (۱) $x^2 - 8x + 12 = 0$ (۲)

$x^2 - 10x + 16 = 0$ (۳) $x^2 - 7x + 12 = 0$ (۴)

۶- اگر α و β جواب‌های $\alpha x^2 - 15x + 9\beta = 0$ باشند و β عددی مثبت باشد، مقدار $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1}$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

۷- در شکل زیر مساحت مثلث $\triangle AMB$ که در آن M رأس سهمی است، چه عددی است؟



- $\frac{3}{25}$ (۱)

- $\frac{3}{5}$ (۲)

- $\frac{3}{75}$ (۳)

- $\frac{4}{25}$ (۴)

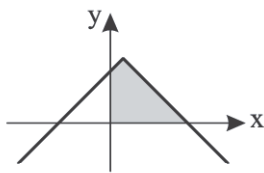
۸- اگر α و β صفرهای تابع $f(x) = (m-2)x^2 + mx + 3$ باشند، به طوری که $\alpha < 2 < \beta$ باشد، برای m چند عدد صحیح وجود دارد؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) هیچ (۴)

محل انجام محاسبات

- ۹- سهمی $y = -x^2 + ax + b$ خط $y = bx + 5$ را روی محورهای مختصات قطع می‌کند. بیشترین مقدار سهمی چقدر است؟
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۱۲
- ۱۰- اگر جواب نامعادله $x^3 - (1+b)x^2 + 2bx < b$ بازه $(1, -\infty)$ باشد، برای b چند مقدار صحیح وجود دارد؟
- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار
- ۱۱- مجموعه جواب نامعادله $|\frac{2x+3}{2x-1}| < 1$ به صورت $(b, -\infty)$ است. مقدار b کدام است؟
- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲
- ۱۲- چند عدد طبیعی در نامعادله $\frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$ صدق می‌کند؟
- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۴
- ۱۳- متحرکی مسافت ۲۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ۷ رفته و با سرعت دو برابر برمی‌گردد. به همین جهت ۲ ساعت زودتر برمی‌گردد. اگر با سرعت ۳۷ برمی‌گشت، چقدر زودتر می‌رسید؟
- (۱) $\frac{8}{3}$ ساعت (۲) ۳ ساعت (۳) $\frac{9}{4}$ ساعت (۴) $\frac{12}{5}$ ساعت
- ۱۴- α ریشه مشترک $\sqrt{x+1} = 5$ و $2x + \sqrt{x-1} = k$ است. مقدار k کدام است؟
- (۱) $k = 3$ (۲) $k = 1$ (۳) $k = 2$ (۴) $k = 0$
- ۱۵- مجموعه جواب معادله $\frac{4}{(2x-x^2)^2} - \frac{2}{2x-x^2} = 2$ دارای چند عضو است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۶- اگر α و β جواب‌های معادله $\sqrt{2+4x} + \sqrt{5-2x} = 4$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{100}{41}$ (۲) $\frac{18}{41}$ (۳) $\frac{100}{82}$ (۴) $\frac{18}{82}$
- ۱۷- حداکثر مقدار تابع $y = \frac{24}{|2x-4| + |x+1|}$ کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۸- نمودار $f(x) = 5a - |x - a|$ در شکل زیر آورده شده است. اگر مساحت قسمت سایه خورده ۱۷ باشد، مقدار a کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۴)

۱۹- نقطه A به فاصله $\frac{3}{4}$ واحد از خط d قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد به طوری که از نقطه A به فاصله ۵ واحد و از خط d به فاصله $\frac{4}{3}$ واحد باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

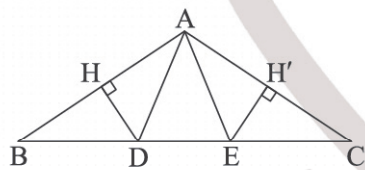
۱ (۲)

۴ (۱)

۲۰- در مثلث $\triangle ABC$ ، AH ارتفاع وارد بر ضلع BC است. نقطه D روی پاره خط AH (روی A یا H واقع نیست) از سه ضلع مثلث $\triangle ABC$ به یک فاصله است. مثلث $\triangle ABC$ لزوماً چگونه است؟

(۱) متساوی الاضلاع (۲) فقط قائم الزاویه (۳) فقط متساوی الساقین (۴) قائم الزاویه متساوی الساقین

۲۱- در مثلث متساوی الساقین شکل زیر به طول ساق ۹ و قاعده ۱۵، عمود منصف‌های دو ساق AB و AC ، ضلع BC را به ترتیب در نقاط D و E قطع می‌کنند. محیط مثلث $\triangle ADE$ کدام است؟



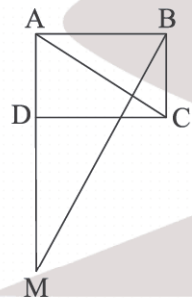
۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

۲۲- در مستطیل $ABCD$ اگر $AC = DM$ و $\hat{M} = 28^\circ$ باشد، آنگاه زاویه \hat{CDB} چند درجه است؟



28° (۱)

32° (۲)

34° (۳)

36° (۴)

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a+2 & -3 \\ 2b-1 & 1 \end{bmatrix}$ و $(A-2B)^2 = A^2 - 4AB + 4B^2$ باشد، آنگاه حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴) ۲۱

۳۱- کدام گزاره مثال نقض دارد؟

- (۱) مجموع سه عدد متوالی بر ۳ بخش پذیر است.
 (۲) مجموع چهار عدد متوالی بر ۴ بخش پذیر است.
 (۳) حاصل ضرب سه عدد متوالی بر ۳ بخش پذیر است.
 (۴) حاصل ضرب چهار عدد متوالی بر ۴ بخش پذیر است.

۳۲- می خواهیم به روش «در نظر گرفتن همه حالات» ثابت کنیم برای هر عدد طبیعی n عبارت $n^2 - 3n + 1$ فرد است. در این صورت از کدام هم‌ارزی منطقی استفاده می‌کنیم؟

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
 (۲) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
 (۳) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$
 (۴) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

۳۳- کدام گزاره زیر به روش بازگشتی قابل اثبات است؟

(۱) میانگین حسابی دو عدد از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

(۲) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ باشند، آنگاه $a^2 + 3ab + b^2 \geq 0$ است.

(۳) اگر $x \in \mathbb{R}$ باشد، آنگاه $x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} \geq 1$

(۴) توان سوم هر عدد حقیقی مثبت از توان دوم آن کوچک‌تر نیست.

۳۴- مجموعه $S = \{3, 4, 5, \dots, k\}$ چنان است که فقط یک زیرمجموعه ۱۰ عضوی مانند A دارد که به ازای هر $n \in A$ عبارت

زوج باشد. مجموع حداقل و حداکثر k کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

۳۵- اگر α^2 گنگ و $\frac{1}{\beta+1}$ و $\alpha\beta + \beta$ اعدادی گویا باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $\alpha + \beta$ گنگ است.
 (۲) $\alpha^3 + \beta^3$ گنگ است.
 (۳) $\alpha + \beta$ گویاست.
 (۴) $\alpha^3 + \beta^3$ گویاست.

۳۶- گزاره $p \Rightarrow q$ با کدام یک از گزاره‌های زیر معادل است؟

- (۱) $\sim p \vee (p \wedge q)$ (۲) $p \vee (\sim p \wedge q)$ (۳) $\sim p \wedge (p \vee q)$ (۴) $p \wedge (\sim p \vee q)$

محل انجام محاسبات

۳۷- ارزش گزاره سوری $(x^2 > x^3 \Rightarrow x^2 > x)$ و نقیض آن کدام است؟

(۱) درست - $\exists x \in \mathbb{Z}; (x^2 \leq x^3 \wedge x^2 > x)$ (۲) درست - $\exists x \in \mathbb{Z}; (x^2 > x^3 \wedge x^2 \leq x)$

(۳) نادرست - $\exists x \in \mathbb{Z}; (x^2 > x^3 \wedge x^2 \leq x)$ (۴) نادرست - $\exists x \in \mathbb{Z}; (x^2 \leq x^3 \wedge x^2 > x)$

۳۸- برای سه مجموعه ناتهی A, B و C ، اگر $A - (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ باشد، کدام نتیجه‌گیری لزوماً درست نیست؟

(۱) $A \cap B = \emptyset$ (۲) $A \cap C = \emptyset$ (۳) $B \cap C = \emptyset$ (۴) $A - (B \cup C) = \emptyset$

۳۹- اگر A مجموعه‌ای ۷ عضوی و B مجموعه‌ای ۴ عضوی و $n(A - B) = 5$ باشد، تعداد اعضای مجموعه $(A \times B) - (B \times A)$ چقدر است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۴۰- A و B دو مجموعه جدا از هم و $A \times B$ دارای ۱۲۷ زیرمجموعه محض است. اگر از مجموعه A سه عضو برداشته و به مجموعه B اضافه

کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های $A \times B$ چند برابر می‌شود؟

(۱) ۱۶ (۲) ۶۴ (۳) ۱۲۸ (۴) ۵۱۲